6.

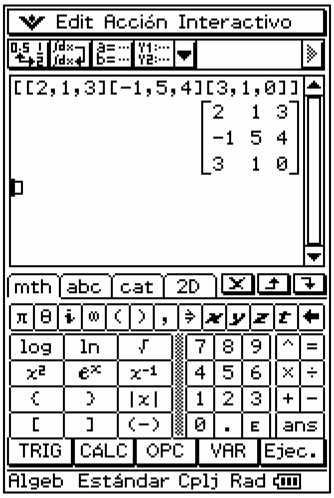
CÁLCULO MATRICIAL

CREACIÓN DE MATRICES DESDE LA APLICACIÓN PRINCIPAL

Se puede utilizar el teclado **mth** (matemático) para introducir valores matriciales en una sola línea del área de trabajo (o simplemente el teclado del ordenador), o bien el teclado **2D** para introducir valores matriciales usando una matriz real sobre la pantalla. Vamos a crear con los dos métodos las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

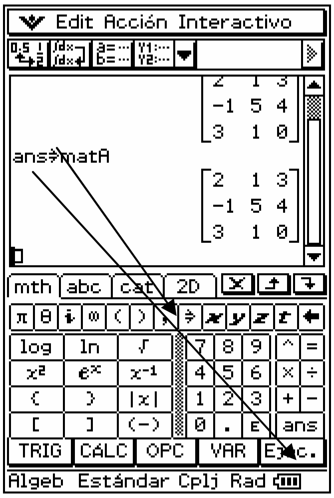
Para ello, en la aplicación **Principal** y con el teclado virtual **mth** activado, tecleamos la primera matriz así:



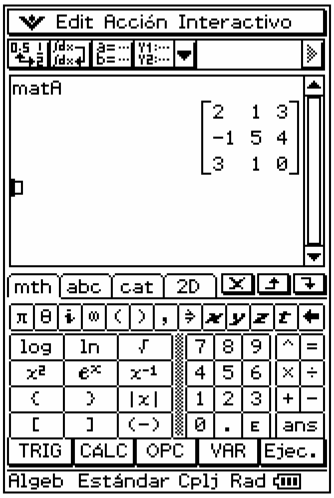
o sea **[[2,1,3][-1,5,4][3,1,0]] EXE**

(sin coma “ **,”)**

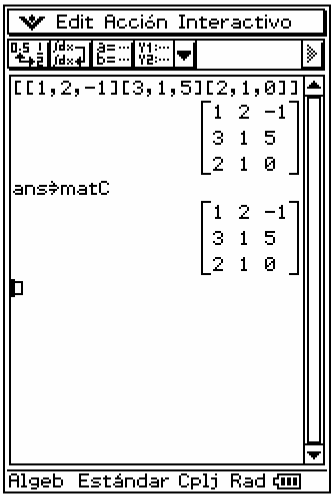
Ahora vamos a asignar dicha matriz a una variable llamada “matA” (se podría asignar a cualquiera pero elegimos esa para distinguir matriz de variables numéricas)



con lo que podremos utilizarla en cualquier momento, recuperándola así:

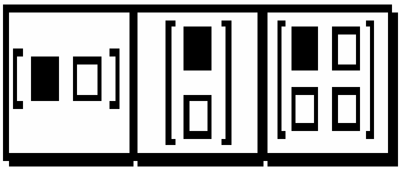


Hacemos lo mismo para la matriz C



Ahora vamos a introducir la matriz B mediante el teclado **2D**

Una vez activado, baje hasta localizar estos símbolos en los que se explica su significado



(1) **(2)** **(3)**

(1) Crear una matriz nueva de 1 fila x 2 columnas.

Añadir una columna a la matriz actual en pantalla.

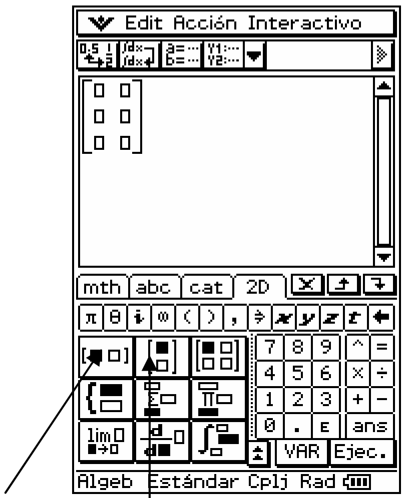
(2) Crear una matriz nueva de 2 filas x 1 columna.

Añadir una fila a la matriz actual en pantalla.

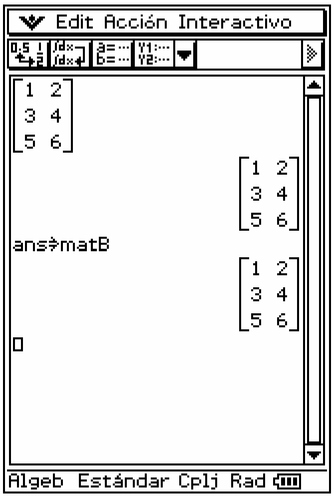
(3) Crear una matriz nueva de 2 filas x 2 columnas.

Añadir una fila y una columna a la matriz actual en pantalla.

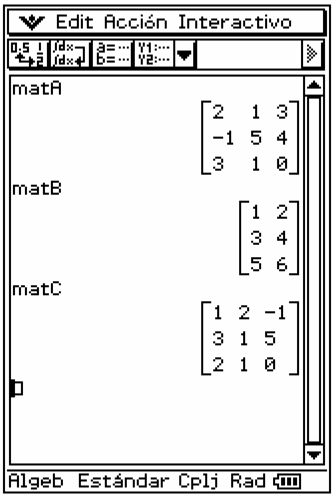
Es obvio que combinando las tres opciones podemos obtener una matriz en blanco de introducción de datos de la dimensión que queramos; así para la matriz B



hemos pulsado una vez aquí y dos aquí. Y ahora nos situamos en el primer cuadro en blanco y vamos rellenando todos pasando de uno a otro mediante las flechas, pulsando ENTER o EXE al final.



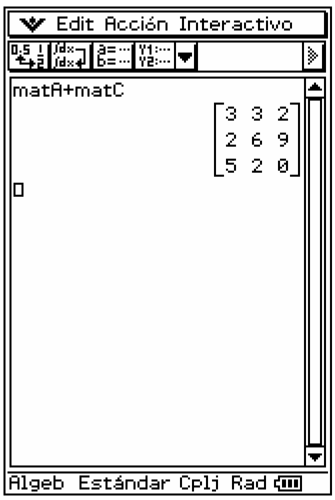
Tenemos entonces las siguientes matrices



CÁLCULOS BÁSICOS CON MATRICES

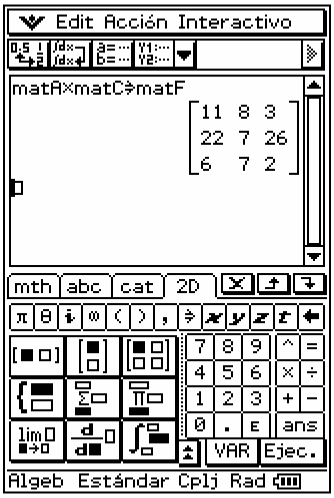
- **Suma de matrices**

Calculemos A+C



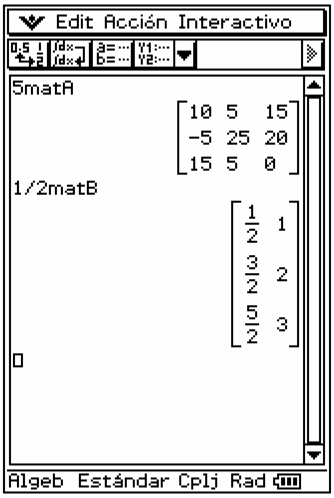
- **Multiplicación de matrices**

Calculemos F=AxC



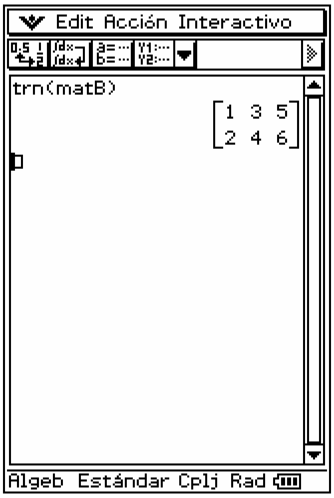
- **Producto de un número real por una matriz**

Calculemos $5 \cdot A$ y $\frac{1}{2} \cdot B$



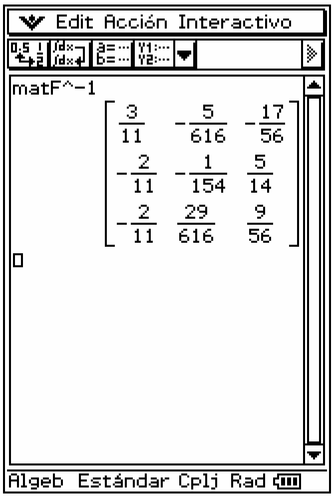
- **Traspuesta de una matriz**

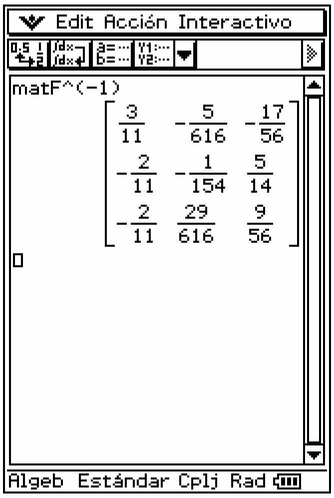
Calculemos la traspuesta de la matriz B. Se utiliza la sintaxis**: trn**

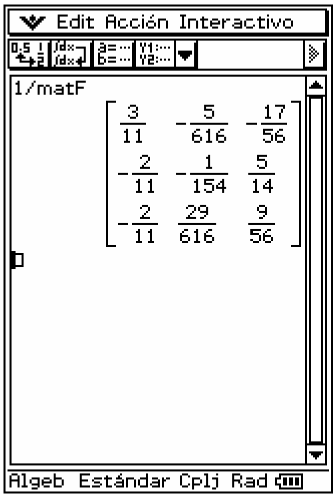


- **Inversa de una matriz cuadrada**

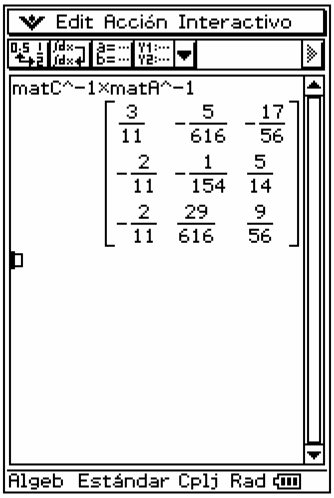
Calculemos la inversa de la matriz F (que recordemos que era la matriz producto de A y C). Se puede hacer de cualquiera de las formas siguientes:



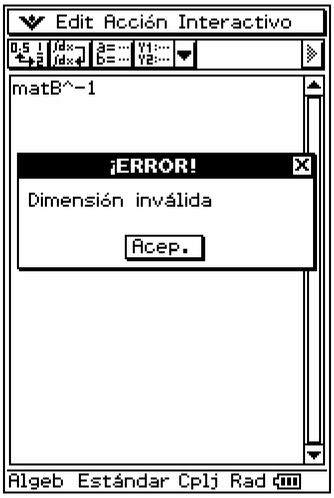




Comprobemos ahora que la matriz anterior coincide con C^{-1} x A^{-1}

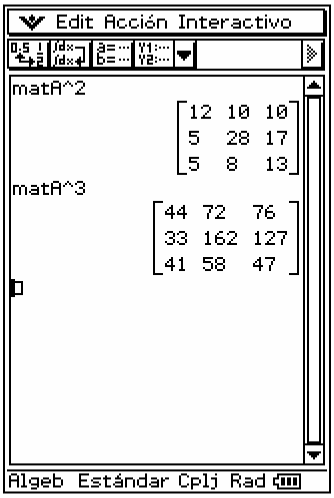


Si la matriz no es invertible obtenemos un mensaje de error:



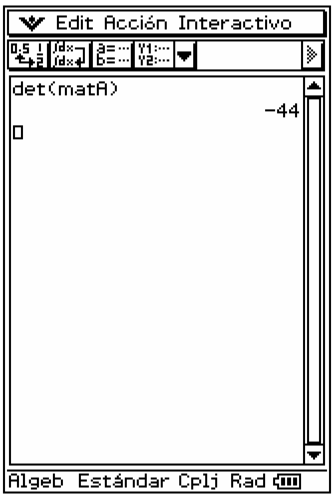
- **Potencia de una matriz cuadrada**

Calculemos A^2 y A^3



- **Determinante de una matriz cuadrada**

Calculemos |A|

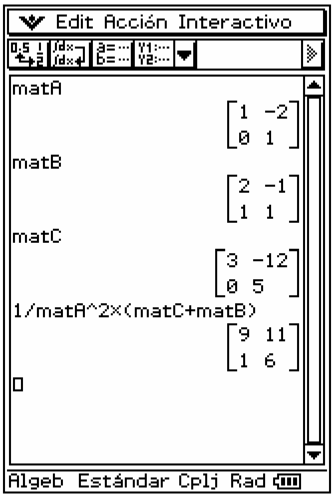


Combinando las operaciones podemos resolver problemas como el que sigue:

Dadas las matrices:

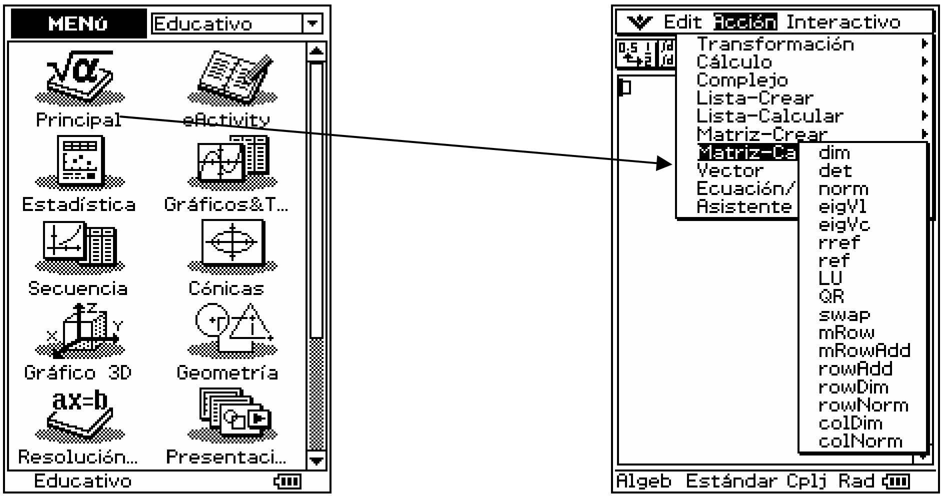
$$A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix}3 & -12\\ 0 & 5\end{pmatrix}$$

calcula X para que se cumpla $A^2X-B=C$



COMANDOS RELACIONADOS CON LOS CÁLCULOS MATRICIALES: EL MENÚ SECUNDARIO [MATRIZ-CALCULAR]

El menú secundario [Matriz-Calcular] contiene comandos relacionados con los cálculos matriciales. Para acceder a él:



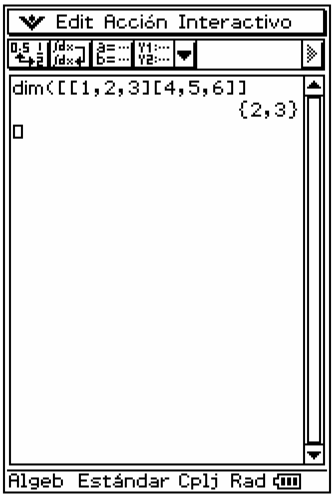
Vamos a detallar y hacer un ejemplo de cada comando.

- **dim**

  Función: Devuelve las dimensiones de una matriz como una lista de dos elementos {número de filas, número de columnas}.

  Sintaxis: dim (Mat)

  Ejemplo: Determinar las dimensiones de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$



- **det**

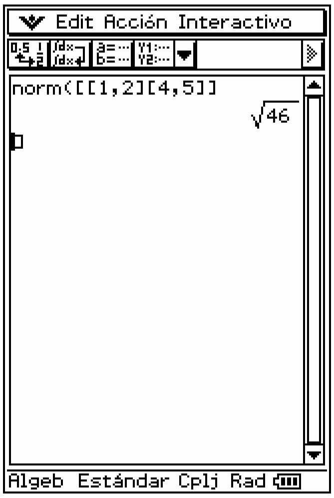
  Función: Devuelve el determinante de una matriz cuadrada. (Ya lo hemos utilizado anteriormente).

- **norm**

  Función: Devuelve la norma de Frobenius de la matriz.

  Sintaxis: norm (Mat)

Ejemplo: Determinar la norma de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

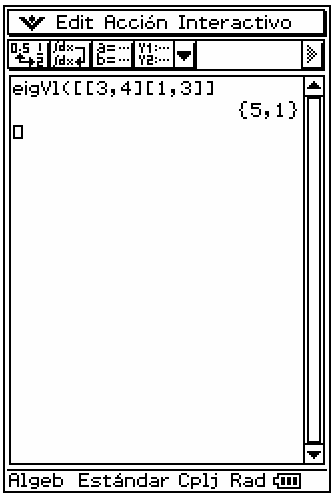


- **eigVl**

Función: Devuelve una lista que contiene el/los valores propio(s) de una matriz cuadrada (los autovalores).

Sintaxis: eigVI(Mat)

Ejemplo: Obtener el/los valor(es) propio(s) de la matriz $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$



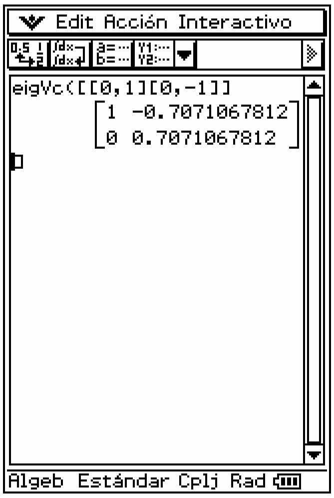
- **eigVc**

Función: Devuelve una matriz en la que cada columna representa un vector propio de una matriz cuadrada (autovectores).

Como un vector propio normalmente no se puede determinar de manera unívoca, se normaliza a su norma, que es 1.

Sintaxis: eigVc (Mat)

Ejemplo: Obtener el/los vector(es) propio(s) de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

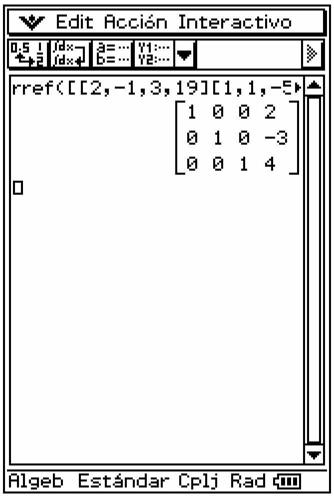


- **rref**

Función: Devuelve la forma escalonada reducida por filas de una matriz.

Sintaxis: rref (Mat)

Ejemplo: Obtener la forma escalonada reducida por filas de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 19 \\ 1 & 1 & -5 & -21 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

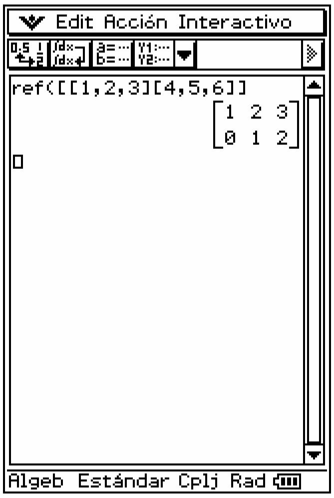


- **ref**

Función: Devuelve la forma escalonada por filas de una matriz.

Sintaxis: ref (Mat)

Ejemplo: Obtener la forma escalonada por filas de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$



- **LU**

  Función: Devuelve la descomposición LU de una matriz cuadrada.

  Sintaxis: LU (Mat, IVariableMem, uVariableMem)

  Ejemplo: Obtener la descomposición LU de la matriz $\begin{pmatrix}1 & 2\\4 & 5\end{pmatrix}$

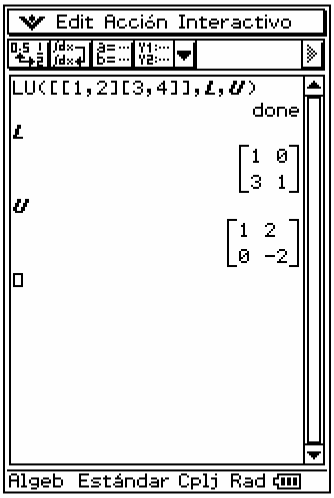
  • La matriz inferior se asigna a la primera variable L, mientras la matriz superior se asigna a la segunda variable U.

  Para ver la matriz inferior

  Elemento del menú: [VAR][CAP][L][EXE]

  Para ver la matriz superior

  Elemento del menú: [VAR][CAP][U][EXE]



- **QR**

  Función: Devuelve la descomposición QR de una matriz cuadrada.

  Sintaxis: QR (Mat, qVariableMem, rVariableMem)

  Ejemplo: Obtener la descomposición QR de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

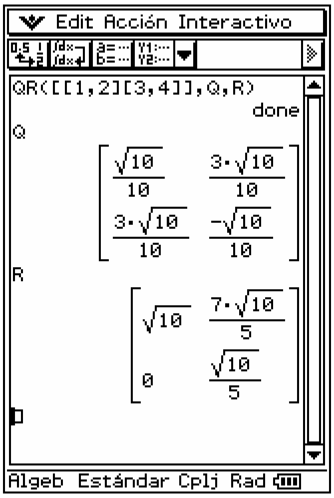
  • La matriz unitaria se asigna a la variable Q, mientras la matriz triangular superior se asigna a la variable R.

  Para ver la matriz unitaria

  Elemento del menú: [VAR][CAP][Q][EXE]

  Para ver la matriz triangular superior

  Elemento del menú: [VAR][CAP][R][EXE]



ACTIVIDADES PROPUESTAS

1.- Dadas las matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \qquad N = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 0 \\ -5 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

calcular:

a) A= M+N-(2M-3N)

b) B=MN-(M+I)(N-I)

2.- Calcular la matriz $(A^tA^{-1})^2$, siendo A la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

3.- Hallar el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

4.- Halla la matriz X que verifique:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -2 & -3 & 0 \\ -4 & -1 & -8 \end{pmatrix}$$

5.- Calcula la potencia n-ésima de $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6.- Resuelve la ecuación $\left| A^{-1} - x \right| = 0$, siendo A la matriz triangular superior de orden 3 cuyos elementos no nulos son todos iguales a 1, e I la matriz identidad de orden 3.

7.- Resuelve el siguiente sistema utilizando la matriz asociada: $\left.\begin{array}{l} x + 3y - 2z = 4 \\ 3x + 2y + z = 5 \\ 4x + 4y + 2z = 6 \end{array}\right\}$

8.- Resuelve por Cramer el sistema: $\left.\begin{array}{l} 3x + 5y + 2z = 1 \\ x - y - z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 2 \end{array}\right\}$